

## Парцијални изводи

1. Доказати да функција  $f(x, y) = \sqrt{9x^2 + 4y^2}$  нема парцијалне изводе у тачки  $(0, 0)$ .
2. Доказати да за функцију  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  не постоје  $f'_x(0, 1)$  и  $f'_y(1, 0)$ .
3. Израчунати парцијалне изводе функције  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}^{(xy^3)}$ .

## Диференцијабилност функције више променљивих

1. Доказати да је функција

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-1/(x^2+y^2)} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

диференцијабилна у тачки  $(0, 0)$ .

2. Доказати да је у тачки  $(0, 0)$  функција

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \cos \frac{1}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

диференцијабилна, а да су парцијални изводи те функције у тачки  $(0, 0)$  прекидни.

3. Доказати да је у тачки  $(0, 0)$  функција

$$f(x, y) = \begin{cases} (x + 2y)^2 \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

диференцијабилна, а да су парцијални изводи те функције у тачки  $(0, 0)$  прекидни.

4. Доказати да функција

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^6} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

у тачки  $(0, 0)$  има парцијалне изводе, а није диференцијабилна.

5. Испитати непрекидност функције  $f(x, y) = x^2\sqrt{y}$  у тачки  $(0, 0)$  као и постојање и непрекидност њених парцијалних извода у тој тачки.
6. Испитати непрекидност и диференцијабилност функције  $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$  у тачки  $(0, 0)$ .

## Диференцијал функције више променљивих

Одредити тотални диференцијал дате функције

1.  $f(x, y) = \frac{3x - 2y}{2x + 3y}$

2.  $f(x, y) = (\cos x^2)^{\sin 3y}$

3.  $f(x, y) = \ln \sqrt{y^2 - x^2}$

4.  $f(x, y) = \left(\frac{y}{x}\right)^x$

5.  $f(x, y, z) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

6.  $f(x, y, z) = x^{y^z}$

## Изводи вишег реда

1. Израчунати мешовите парцијалне изводе функције

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Одредити парцијалне изводе другог реда дате функције

2.  $f(x, y) = \ln(2x^2 - 3y)$

3.  $f(x, y) = x \sin \frac{y}{x} + y \cos \frac{x}{y}$

4.  $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{x - y}{1 + xy}$

5.  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

6.  $f(x, y, z) = \left(\frac{z}{x}\right)^y$

## Диференцијали вишег реда

За дату функцију одредити  $d^2 f$

1.  $f(x, y) = x^2 - 2y^2 - xy + x + 3y - 5$

2.  $f(x, y) = \sin(xy) \cos\left(\frac{y}{x}\right)$

3.  $f(x, y, z) = 2x^3 + 3z^3 + x^2y - xy^2 + xyz + z$

4.  $f(x, y, z) = \ln(xyz)$

За дату функцију одредити  $d^2 f$  и  $d^3 f$

5.  $f(x, y) = x^2 y + xy^2 - x + 2y$

6.  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

## Изводи имплицитно задате функције

Израчунати извод функције дате једнакошћу

1.  $x^2 - xy + y^2 = 5$

2.  $x^2 \ln y - y^2 \ln x = 0$

3.  $\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

4. Одредити парцијалне изводе првог реда функције  $z = z(x, y)$  имплицитно задате једнакошћу

$$x^2 y - y^2 z + xyz = 0.$$

5. Израчунати парцијалне изводе  $f'_x(0, 1)$  и  $f'_y(0, 1)$  функције  $z = z(x, y)$  имплицитно задате једнакошћу

$$z^2 x - x^2 y + y^2 z + 2x - y = 0.$$

6. Одредити парцијалне изводе првог и другог реда функције  $z = z(x, y)$  имплицитно задате једнакошћу

$$x^3 y - y^2 z + xz^2 + xyz = 0.$$

7. Одредити парцијалне изводе првог и другог реда функције  $z = z(x, y)$  имплицитно задате једнакошћу

$$\sin(xyz) + \cos(x^3 y) - xy^2 z^2 = 0.$$

8. У тачки  $(-1, 1)$  одредити парцијалне изводе првог и другог реда функције  $z = z(x, y)$  имплицитно задате једнакошћу

$$\sin z + x^2 yz = x + y.$$

## Литература

- [1] Д. Ђорић, Р. Лазовић, Ђ. Јованов, *Математика 2, збирка задатака и примери колоквијума*, Факултет организационих наука, Београд, 2008.
- [2] Д. Ђорић, *Математика 2, решени примери са испита и колоквијума*, Факултет организационих наука, Београд, 2014.
- [3] М. Стојановић, О. Михић, *Математика 2*, Факултет организационих наука, Београд, 2013.