I Писмени испит из Математике 1 I

20.6.2014.

I група

презиме и име студента **број индекса**

1. У зависности од реалних параметара a и b дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} -2x & + & 22y & + & 3z & - & 6u & = & 6 \\ x & + & 5y & + & z & - & 2u & = & 3 \\ 6x & - & 2y & + & az & - & 2u & = & b+2. \end{array}$$

2. Дати су вектори $\vec{e}_1 = (2,-1,3)$, $\vec{e}_2 = (a,0,1)$ и $\vec{e}_3 = (1,1,-2)$ у векторском простору $V = (\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$, где је $a \in \mathbb{R}$.

а) За које вредности параметра a су дати вектори линеарно независни?

б) За $a = 4$ испитати да ли дати вектори чине базу векторског простора V. Уколико чине базу, одредити координате вектора $\vec{v} = (1,2,-1)$ у тој бази, у супротном изразити вектор $\vec{e}_1$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{e}_2$ и $\vec{e}_3$.

3. Нека је $g(x) = \sqrt{x \sin x + 1}$.

а) Апроксимирати функцију $g(x)$ Маклореновим полиномом степена 4.

б) Одредити

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x^2 + 3x^4}{g(x) - \cos x}\,.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{\ln x + 1}{x - x\ln x}$$

II Писмени испит из Математике 1 II

20.6.2014.

II група

презиме и име студента **број индекса**

1. Одредити сопствене вредности и њима одговарајуће сопствене векторе матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Дате су тачке $M(-2,-4,-7)$, $K(3,-4,1)$ и $L(3,-3,2)$ и раван $\alpha : x+2y-3z+3=0$.

а) Одредити ортогоналну пројекцију тачке M на раван α.

б) Одредити једначину равни β која је нормална на α и садржи тачке K и L.

3. Нека је $f(x) = \sqrt{\frac{1}{1-x}}$.

а) Апроксимирати функцију $f(x)$ Маклореновим полиномом степена 3.

б) Одредити

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2-4x^3}{f(x)-\frac{1}{2}\ln(1+x)-1}.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{1+3x}$$

III Писмени испит из Математике 1 III

20.6.2014.

III група

презиме и име студента **број индекса**

1. У зависности од реалних параметара p и q дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 6x & - & 2y & + & pz & - & 2u & = & q+2 \\ x & + & 5y & + & z & - & 2u & = & 3 \\ -2x & + & 22y & + & 3z & - & 6u & = & 6. \end{array}$$

2. Дати су вектори $\vec{e}_1 = (p, 0, 1)$, $\vec{e}_2 = (2, -1, 3)$ и $\vec{e}_3 = (1, 1, -2)$ у векторском простору $V = (\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$, где је $p \in \mathbb{R}$.

а) За које вредности параметра p су дати вектори линеарно независни?

б) За $p = 4$ испитати да ли дати вектори чине базу векторског простора V. Уколико чине базу, одредити координате вектора $\vec{v} = (1, 2, -1)$ у тој бази, у супротном изразити вектор $\vec{e}_1$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{e}_2$ и $\vec{e}_3$.

3. Нека је $h(x) = \sqrt{1 + x\sin x}$.

а) Апроксимирати функцију $h(x)$ Маклореновим полиномом степена 4.

б) Одредити

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 + x^4}{h(x) - \cos x}\,.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x(1 - \ln x)}$$

IV Писмени испит из Математике 1 IV

20.6.2014.

IV група

презиме и име студента **број индекса**

1. Одредити сопствене вредности и њима одговарајуће сопствене векторе матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Дате су тачке $A(3,-4,1)$, $B(3,-3,2)$ и $C(-2,-4,-7)$, као и раван $\pi : x + 2y - 3z + 3 = 0$.

а) Одредити једначину равни која садржи тачке A и B и нормална је на раван π.

б) Одредити ортогоналну пројекцију тачке C на раван π.

3. Нека је $g(x) = \sqrt{\frac{1}{1-x}}$.

а) Апроксимирати функцију $g(x)$ Маклореновим полиномом степена 3.

б) Одредити

$$\lim_{x\to 0} \frac{5x^3 - x^2}{g(x) - 1 - \frac{1}{2}\ln(1+x)}.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{1}{1+3x} \cdot e^{3x}$$