

20.2.2014.

I група

презиме и име студента

број индекса

1. У зависности од реалног параметра a дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned} ax + ay + (a+1)z &= a \\ ax + ay + (a-1)z &= a \\ (2a+1)x + 2ay + (3a+2)z &= a+1. \end{aligned}$$

2. Дате су равни $\alpha : 2x + y - 3 = 0$ и $\beta : x - y + 3z + 3 = 0$.

а) Одредити једначину праве која је паралелна равнима α и β и садржи тачку $A(0, 1, 2)$.

б) Одредити једначину равни која садржи координатни почетак и пресечну праву равних α и β .

3. Одредити вредност реалног параметра m , ако постоји, за који је функција

$$h(x) = \begin{cases} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{1/x^2}, & x \neq 0 \\ m, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у $x = 0$.

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 6x + 8}$$

20.2.2014.

II група

презиме и име студента

број индекса

1. Одредити сопствене вредности и њима одговарајуће сопствене векторе матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Нека су дате равн и две праве: $\alpha : 2x + 5y - z - 3 = 0$, $p: \frac{x+1}{1} = \frac{y-a}{2} = \frac{z}{b}$, $a, b \in \mathbb{R}$ и $q: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-10}{-2}$.

а) Одредити вредности параметара a и b тако да права p припада равни α .

б) Испитати међусобни положај праве q и равни α . Уколико су паралелене одредити растојање између њих, у супротном одредити продор праве q кроз α .

3. Дата је функција $f(x) = \sqrt{1 + \sin^2 x}$.

а) Апроксимирати функцију $f(x)$ Маклореновим полиномом степена 4.

б) Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \cos x}{\operatorname{tg}^2 x}.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 - x}$$

20.2.2014.

III група

презиме и име студента

број индекса

1. У зависности од реалних параметара a и b дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned}x + 2y + az &= a + 1 \\ -2x + y + 2(1-a)z &= -2(a+2) \\ 3x + y + (ab+3a-4)z &= ab+3a+b+2.\end{aligned}$$

2. Дати су вектори $\vec{e}_1 = (4, 2, 4)$, $\vec{e}_2 = (1, 2, 3)$ и $\vec{e}_3 = (a, 1, 3)$ у векторском простору $V = (\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ и $a \in \mathbb{R}$.

а) Одредити вредности параметра a за које су дати вектори линеарно зависни.

б) За $a = 1$ испитати да ли дати вектори чине базу векторског простора V . Уколико чине базу, одредити координате вектора $\vec{v} = (14, 9, 18)$ у тој бази, а у супротном изразити вектор \vec{e}_1 као линеарну комбинацију вектора \vec{e}_2 и \vec{e}_3 .

3. Дата је функција $f(x) = e^{e^x - 1}$.

а) Апроксимирати функцију $f(x)$ Маклореновим полиномом степена 3.

б) Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \frac{1}{1-x}}{x^3}.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

20.2.2014.

IV група

презиме и име студента

број индекса

1. Одредити сопствене вредности и њима одговарајуће сопствене векторе матрице

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -6 \\ -1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Дате су праве $p: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$, $q: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ и тачка $A(5, 0, 2)$.

- а) Одредити растојање између правих p и q .
б) Одредити ортогоналну пројекцију тачке A на праву p .

3. Дата је функција $f(x) = \ln \sqrt{1-4x}$.

- а) Апроксимирати функцију $f(x)$ Маклореновим полиномом степена 3.
б) Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + e^{2x} - \cos 2x}{x^3}.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x}{4\sqrt{4+x^2}}$$