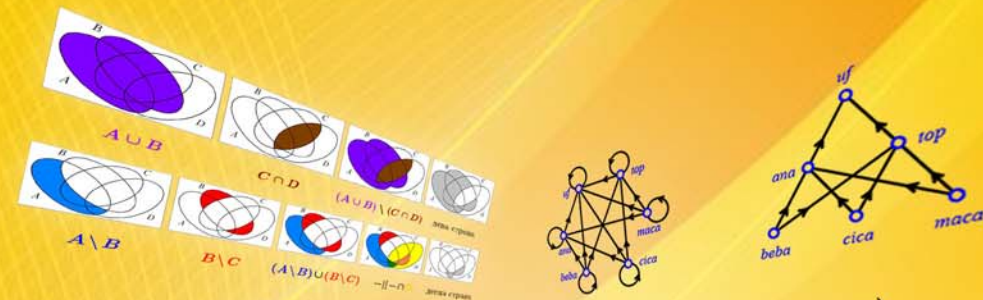


ЗБИРКА ЗАДАТАКА ИЗ ДИСКРЕТНИХ МАТЕМАТИЧКИХ СТРУКТУРА

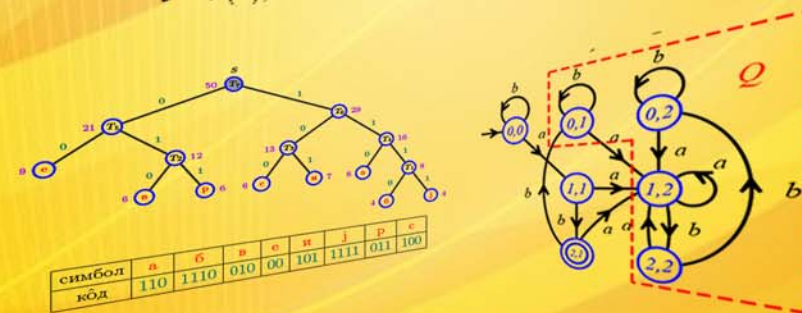
Весна Манојловић  
 Мирјана Чангаловић  
 Владимир Балтић

# ЗБИРКА ЗАДАТАКА ИЗ ДИСКРЕТНИХ МАТЕМАТИЧКИХ СТРУКТУРА



$$(\forall x)(\forall y) \left( (\exists z) \alpha(f(x, z), f(y, z)) \left( (\neg \beta(a, z) \Rightarrow \alpha(x, y)) \vee \beta(z, a) \right) \right)$$

$$D = \mathcal{P}(A), \quad \alpha: \subseteq, \quad \beta: =, \quad f: U, \quad a: A$$



симбол	a	b	a	a	a	b	a	b	c
код	110	1110	010	00	101	1111	011	100	

Факултет организационих наука

БЕОГРАД 2014.



Весна Манојловић  
Мирјана Чангаловић  
Владимир Балтић

**ЗБИРКА ЗАДАТАКА ИЗ  
ДИСКРЕТНИХ МАТЕМАТИЧКИХ  
СТРУКТУРА**

Факултет организационих наука

Б Е О Г Р А Д    2014.

Аутори: *др Весна Манојловић,*  
*др Мирјана Чангаловић,*  
*др Владимир Балтић,*

## ДИСКРЕТНЕ МАТЕМАТИЧКЕ СТРУКТУРЕ

Издавач: Факултет организационих наука,  
Београд, Јове Илића 154

Рецензент: *др Вера Вујчић*

Цртежи и слог: *др Владимир Балтић*

CIP – Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

51-74:004(075.8)(076)

МАНОЈЛОВИЋ, Весна, 1974–

Збирка задатака из дискретних  
математичких структура / Весна Манојловић,  
Мирјана Чангаловић, Владимир Балтић  
[цртежи Владимир Балтић]. – Београд :  
Факултет организационих наука, 2014  
(Врњачка Бања : SaTCIP). – 168 стр. :  
илустр. ; 297 mm. –

Тираж 400. – Библиографија: стр. 167-168.

ISBN 978–86–7680–305–7

1. Чангаловић, Мирјана, 1954– [аутор]
2. Балтић, Владимир, 1973– [аутор] [илустратор]  
а) Дискретна математика – Задаци

COBISS.SR-ID 211927052

Штампање ове књиге подржано је од стране Темпус пројекта INCOMING (Interdisciplinary Curricula in Computing to Meet Labor Market Needs, 530155-TEMPUS-1-2012-1-EE-TEMPUS-JPCR).

Project INCOMING (Interdisciplinary Curricula in Computing to Meet Labor Market Needs, 530155-TEMPUS-1-2012-1-EE-TEMPUS-JPCR) has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Факултет организационих наука, 2014.

Тираж: 400 примерака

Штампа: „SaTCIP DOO“, Врњачка Бања

# Садржај

<b>ПРЕДГОВОР</b>	<b>5</b>
<b>1. ИСКАЗНИ РАЧУН</b>	<b>7</b>
1.1. Одређивање истинитости исказне формуле . . . . .	7
1.2. Елиминација логичких везника $\Rightarrow$ и $\Leftrightarrow$ . . . . .	11
1.3. Елиминација дуплих негација и померање негације ка „унутра“ . . . . .	12
1.4. Нормалне форме . . . . .	13
1.4.2. Дисјунктивна нормална форма . . . . .	13
1.4.3. Конјунктивна нормална форма . . . . .	15
1.5. Примене исказног рачуна . . . . .	17
1.6. Разни задаци . . . . .	27
<b>2. ПРЕДИКАТСКИ РАЧУН</b>	<b>31</b>
2.1. Одређивање вредности предикатске формуле . . . . .	31
2.1.1. Замена променљивих изразом . . . . .	31
2.1.2. Особине квантификатора . . . . .	33
2.1.3. Рачунање истинитосне вредности предикатске формуле . . . . .	36
2.2. Разни задаци . . . . .	59
<b>3. РЕЛАЦИЈСКЕ СТРУКТУРЕ</b>	<b>67</b>
3.1. Релације на коначним скуповима . . . . .	67
3.2. Релације на бесконачним скуповима . . . . .	78
3.3. Разни задаци . . . . .	95
<b>4. ТЕОРИЈА ГРАФОВА</b>	<b>99</b>
4.1. Графови . . . . .	99
4.2. Стабла . . . . .	115
4.3. Коренска стабла и примене . . . . .	120
4.4. Разни задаци . . . . .	133
<b>5. КОНАЧНИ АУТОМАТИ И РЕГУЛАРНЕ ГРАМАТИКЕ</b>	<b>141</b>
5.1. Коначни аутомати . . . . .	141
5.2. Минимизација коначних аутомата . . . . .	146
5.3. Комбиновање аутомата . . . . .	151
5.4. Регуларне граматике . . . . .	154
5.5. Разни задаци . . . . .	155
<b>ЛИТЕРАТУРА</b>	<b>167</b>

## Предговор

Ова збирка задатака написана је према важећем Наставном плану и програму предмета Дискретне математичке структуре на Факултету организационих наука у Београду, чију наставу аутори изводе. Књига представља резултат вишегодишњег искуства у раду са студентима и жеље да се студентима олакша праћење наставе и омогући темељније припремање испита.

Збирка је настала од истоимене књиге Весне Манојловић и Мирјане Чангаловић додавањем делова збирке „Дискретне математичке структуре – збирка испитних и домаћих задатака из 2008. и 2009.“ аутора Владимира Балтића, и то на следећи начин:

- Глава 1. *Предикатски рачун* је подељена на две главе 1. *Исказни рачун* и 2. *Предикатски рачун*,
- додата је Глава 4. *Теорија графова*,
- садржај глава 2. *Релацијске структуре* и 3. *Коначни аутомати* делимично је модификован у оквиру садашњих глава 2. *Релацијске структуре* и 5. *Коначни аутомати и регуларне граматике*.

Градиво је изложено поступно, од једноставнијих примера ка сложенијим задацима. Књига се састоји од пет глава, које се могу читати потпуно независно једна од друге. У књизи су скоро сви задаци решени, а обухваћени су и многи од задатака са до сада одржаних колоквијума и испита из истог предмета на Факултету организационих наука. Надамо се да ће ова књига помоћи студентима у припреми испита и мотивисати неке студенте да даље проширују знање из ове области.

Изузетно нам је задовољство да се захвалимо рецензенту проф. др Вери Вујчић, која је детаљно прочитала рукопис и својим изузетно корисним примедбама допринела да књига буде још боља. Захваљујемо се и Недељку Стефановићу који је обавио целокупну припрему за штампу истоимене књиге Весне Манојловић и Мирјане Чангаловић и неки од његових цртежа су одатле преузети у Глави 5. Све остале слике у овој збирци су нацртане помоћу програмског пакета *WinGCLC* који је развио Предраг Јаничић (на чему му се аутори свесрдно захваљују), а може се наћи на адреси

<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~janicic/gclc/index.html>

Захвални смо и свим оним студентима који су нам указали на грешке у обе претходне књиге, које су овде сада отклоњене.

У Београду новембра 2014.

Аутори

# Литература

- [1] James A. Anderson, *Diskretna matematika sa kombinatorikom*, Računarski fakultet, Beograd, 2005.
- [2] Владимир Балтић, *Дискретне математичке структуре – збирка испитних и домаћих задатака из 2008. и 2009.*, ФОН, Београд, 2010.
- [3] Владимир Балтић, Душан Ђукић, Борђе Кртинић, Иван Матић, *Припремни задаци за такмичења из математике ученика средњих школа*, ДМС, Београд, 2008.
- [4] Ken Bogart, Cliff Stein, *Discrete Math in Computer Science*, web draft, 2002.
- [5] Miklós Bóna, *A Walk Through Combinatorics*, World Scientific, 2006.
- [6] Dragoš Cvetković, *Теорија граfoва и њене примене*, Научна књига, Београд, 1990.
- [7] Dragoš Cvetković, Mirjana Čangalović, Djordje Dugošija, Vera Kovačević-Vujčić, Slobodan Simić, Jovo Vuleta, *Комбинаторна оптимизација*, Београд 1996.
- [8] Dragoš Cvetković, Slobodan Simić *Diskretna matematika, Matematika za kompjuterske nauke*, Libra, Beograd, 2000.
- [9] Dragoš Cvetković, Slobodan Simić *Odabrana poglavlja iz diskretne matematike*, Akademska misao, Beograd, 2002.
- [10] Мирјана Чангаловић, Весна Манојловић, Владимир Балтић, *Дискретне математичке структуре*, Факултет организационих наука, Београд, 2014.
- [11] John A. Dossey, Albert D. Otto, Lawrence E. Spence, Charles Vanden Eynden, *Discrete Mathematics*, Pearson, Addison Wesley, Boston, 2006.
- [12] Martin Gardner, *The last recreations: hydras, eggs, and other mathematical mystifications*, Copernicus Springer-Verlag, New York, 1997.
- [13] Martin Gardner, *The 2nd Scientific American book of mathematical puzzles and diversions*, The University of Chicago Press, Chicago, 1987.
- [14] Martin Gardner, *Wheels, life, and other mathematical amusements*, W.H. Freeman and Company, New York, 1983
- [15] Ronald L. Graham, Martin Grötschel, László Lovász (editors), *Handbook of Combinatorics*, Volume 1 & 2, North-Holland, 1995.
- [16] Ralph P. Grimaldi, *Discrete and combinatorial mathematics: an applied introduction 3rd ed*, Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [17] Frank Harary, *Graph Theory*, Narosa Publishing House, 1995.
- [18] Предраг Јаничић, *Математичка логика у рачунарству*, Математички факултет, Београд, 2004.

- [19] Весна Манојловић, Мирјана Чангаловић *Збирка задатака из дискретних математичких структура*, Факултет организационих наука, Београд, 2012.
- [20] László Lovász, József Pelikán, Katalin Vesztergombi, *Discrete Mathematics, Elementary and Beyond*, Springer, 2003.
- [21] Vojislav Petrović, *Teorija grafova*, Novi Sad, 1998.
- [22] Kenet H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications*, McGraw Hill, Boston, 1999.
- [23] Kenet H. Rosen, *Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics*, CRC Press, Boston, 2000.
- [24] Neil J.A. Sloane, *Online Encyclopedia of Integer Sequences*,  
<http://www.research.att.com/~njas/sequences/>
- [25] Richard P. Stanley, *Enumerative combinatorics*, Volume 2, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [26] Драган Стевановић, Владимир Балтић, Слободан Симић, Мирослав Ђирић, *Дискретна математика – основе комбинаторике и теорије граfoва*, ДМС, Београд, 2008.
- [27] Dragan Stevanović, Marko Milošević, Vladimir Baltić, *Diskretna matematika, Zbirka rešenih zadataka*, DMS, Beograd, 2004.
- [28] George J. Summers, *The great book of mind teasers and mind puzzlers*, Sterling Publishing Co., New York, 1986.
- [29] Darko Veljan, *Kombinatorika sa teorijom grafova*, Školska knjiga, Zagreb, 1989.