

презиме и име студента

број индекса

број поена на I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{Z}$ тако да за све $x \in S \setminus \{0\}$, $y \in S$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \frac{2x+y}{x} \geq 3,$$

а ако је $0 \in S$, онда је $0 \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} y \geq 0$.

а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{Z} ? Ако јесте одредити минималне и максималне елементе. Да ли је ρ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?

б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N}_0 ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?

в) Када је $S = \{-3, -2, 0, 1, 5\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималне и максималне елементе скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{-2, 1, 5\}$.

2. (25 поена) Неоријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својим листама суседства:

$$\ell_a = \{a, b, d\}, \quad \ell_b = \{a, c, d, e\}, \quad \ell_c = \{b, c, d, e, f\}, \quad \ell_d = \{a, b, c, e\}, \quad \ell_e = \{b, c, d, f\}, \quad \ell_f = \{c, e\}.$$

а) Нацртати дати граф и одредити степене $d(v)$ свих чворова. Одредити скуп чворова V и скуп грана E .

б) Написати матрице суседства A , растојања D и инциденције чворова и грана R . Да ли је G бипартитан? Да ли је G повезан? Колико има компоненти повезаности и које су?

в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврђан навести тај пут, односно контуру.

г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора a до чвора c , тј. од чвора f до чвора a ? Навести све те путеве.

3. (25 поена) Дат је израз

$$5 : a - (3 - d) + 2bc$$

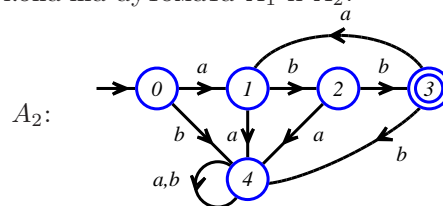
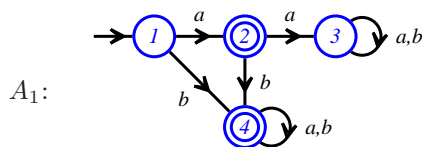
у инфиксној нотацији.

а) Одредити бинарно стабло које одговара овом изразу. Колика је висина овог стабла? Одредити ниво сваког чвора у том стаблу. Да ли је ово стабло балансирано? Да ли је ово стабло стриктно бинарно? Да ли је ово стабло потпуно бинарно стабло?

б) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

в) Написати у префиксној и постфиксној (пољској и инверзној пољској) нотацији дати израз.

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

ϵ , a , b , $abba$, $baba$, $baaa$, abb , $baaab$, $aabaabb$, $bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматiku $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматiku $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 или препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

5. (10 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје непразне речи које садрже $baaa$ и имају паран број слова a .

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$ (S је неки подскуп скупа свих могућих подскупова $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ скупа природних бројева), тако да за све $X, Y \in S$ важи

$$\rho: X \rho Y \stackrel{\text{деф}}{\iff} X \cap Y = Y$$

- а) Да ли је ρ релација поретка на скупу $\mathcal{P}(\mathbb{N})$? Да ли је ρ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?
 б) Да ли је ρ релација еквиваленције на скупу $\mathcal{P}(\mathbb{N})$? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
 в) Наћи минималне и максималне елементе, најмањи и највећи елемент (све уколико постоје) у скуповима $A = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \dots, \mathbb{N}\}$, $B = \mathcal{P}(\mathbb{N})$ и $C = \mathcal{P}(\mathbb{N}) \setminus \mathbb{N}$ у односу на релацију ρ . Нацртати Хасеов дијаграм за A . Да ли ови скупови са релацијом ρ представљају решетке?

2. (25 поена) Неријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом матрицом инциденције чворова и грана R :

$$R = \begin{matrix} 1 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

- а) Написати листе суседства l_v , матрицу суседства A , као и матрицу растојања D .
 б) Нацртати дати граф и одредити степене $d(v)$ свих чворова. Одредити скуп чворова V и скуп грана E . Да ли је G бипартитан? Да ли је G повезан? Колико има компоненти повезаности и које су?
 в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
 г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 1 до чвора 3, тј. од чвора 4 до чвора 6? Навести све те путеве.

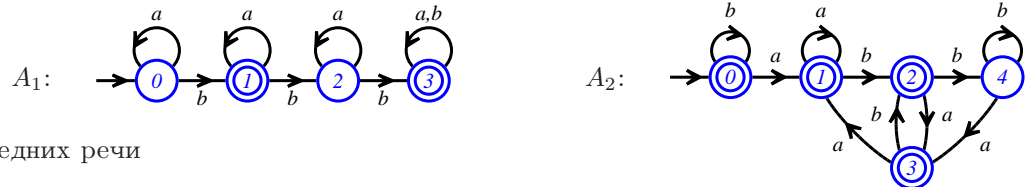
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табели

симбол	а	б	ж	и	ј	о	р	с
фреквенција	50	5	22	27	9	16	32	18

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов код.
 б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
 в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
 г) Кодирати реч „Србија“.
 д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

0001, 0100011, 10010, 1111010111, 11101100010?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

ε , a , b , $abba$, $baba$, $baaa$, abb , $baaab$, $aabaabb$, $bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматику $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматику $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 и аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

5. (10 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје непразне речи које почињу са aba и завршавају се на $baba$.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$ (S је неки подскуп скупа свих могућих подскупова $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ скупа природних бројева), тако да за све $X, Y \in S$ важи

$$\rho: X \rho Y \stackrel{\text{деф}}{\iff} X \cup Y \subseteq Y$$

- а) Да ли је ρ релација поретка на скупу $\mathcal{P}(\mathbb{N})$? Да ли је ρ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?
 б) Да ли је ρ релација еквиваленције на скупу $\mathcal{P}(\mathbb{N})$? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
 в) Наћи минималне и максималне елементе, најмањи и највећи елемент (све уколико постоје) у скуповима $A = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \dots, \mathbb{N}\}$, $B = \mathcal{P}(\mathbb{N})$ и $C = \mathcal{P}(\mathbb{N}) \setminus \mathbb{N}$ у односу на релацију ρ . Нацртати Хасеов дијаграм за A . Да ли ови скупови са релацијом ρ представљају решетке?

2. (25 поена) Оријентисани граф $G = (V, E)$ без петљи је задат матрицом растојања D :

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ \infty & 0 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ \infty & 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ \infty & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ \infty & 1 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ \infty & 2 & 1 & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- а) Нацртати граф G и одредити улазни степен $d^-(v)$ и излазни степен $d^+(v)$ сваког чвора.
 б) Написати листе суседства l_v , матрице суседства A , инциденције чворова и грана S . Да ли је граф бипартитан?
 в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
 г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 3 до чвора 1, тј. од чвора 4 до чвора 6? Навести све те путеве.

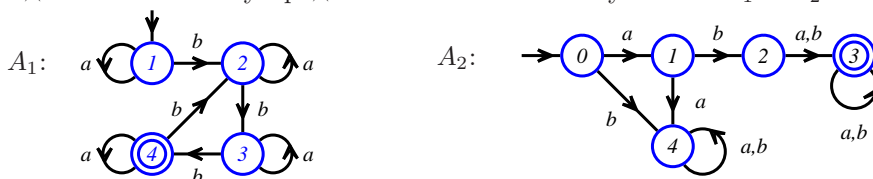
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	б	г	д	е	и	о	р
фреквенција	19	10	6	8	30	17	12	15

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов код. Колико има различитих Хафм. стабала?
 б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
 в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
 г) Кодирати реч „Београд“.
 д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

001, 10101, 000010, 0101110, 0000010100?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

ε , a , b , $abba$, $baba$, $aaab$, abb , $baaab$, $aabaabb$, $bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматiku $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматiku $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_1 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат A_1 или препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

5. (10 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје речи које почињу са aaa и садрже aba .

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{Z}$ тако да за све $x \in S \setminus \{0\}$, $y \in S$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \frac{3x+y}{2x} \leq 2,$$

а ако је $0 \in S$, онда је $0 \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} y \geq 0$.

а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{Z} и на скупу \mathbb{N}_0 ? Ако јесте одредити минималне и максималне елементе. Да ли је ρ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?

б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N}_0 ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?

в) Када је $S = \{0, 1, 2, 5, 8\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималне и максималне елементе скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{0, 1, 5\}$.

2. (25 поена) Оријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом групом чворова V и групом грана E :

$$V = \{a, b, c, d, e, f\}, \quad E = \{(a, f), (b, a), (b, b), (b, c), (b, f), (c, d), (e, b), (f, b), (f, e), (f, f)\}.$$

а) Написати листе суседства l_v , матрицу суседства A , матрицу инциденције чворова и грана S , као и матрицу растојања D .

б) Нацртати дати граф и одредити излазни степене $d^+(v)$, као и улазни степене $d^-(v)$ сваког чвора. Да ли је G бипартитан?

в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора c до чвора e , тј. од чвора f до чвора b ? Навести све те путеве.

3. (25 поена) а) Нацртати бинарно уређено стабла ако елементи долазе следећим редом:

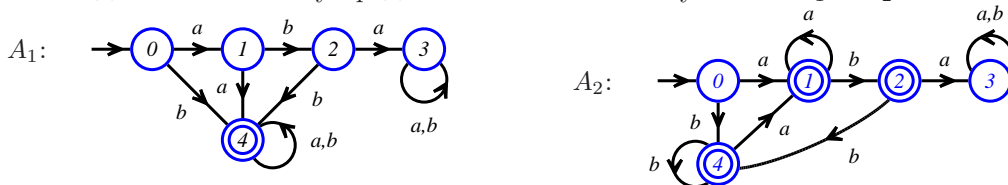
$$13, 17, 15, 10, 20, 2, 6, 25, 5, 16, 21, 27, 8.$$

б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког чвора у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је ово стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?

в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

г) Израчунати број приступа чворовима стабла при неуспешном тражењу броја x . (Сматра се да је читање једног чвора – један приступ.)

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

$$\varepsilon, a, b, abba, baba, aaab, abb, baaab, aabaabb, bbabbb$$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматiku $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматiku $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат A_1 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 и препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

5. (10 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје непразне речи које почињу са $abba$ и имају бар 4 слова a .