

презиме и име студента

број индекса

број поена на I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{R}^+$ тако да за све $x, y \in S$ важи

$$x \rho y \iff \frac{x + 7y}{2y} \geq 4.$$

- а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте одредити минималан и максималан елемент. Да ли је ρ релација тоталног поретка?
- б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
- в) Када је $S = \{1, \frac{1}{3}, 7, 10, \pi\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{\frac{1}{3}, 7, \pi\}$.

2. (25 поена) Неоријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом матрицом суседства:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}$$

- а) Нацртати дати граф и одредити степене $d(v)$ свих чворова. Одредити скуп чворова V и скуп грана E .
- б) Написати листе суседства ℓ_v , матрице растојања D и инциденције чворова и грана R . Да ли је G бипартитан? Да ли је G повезан? Колико има компоненти повезаности и које су?
- в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
- г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 2 до чвора 5, тј. од чвора 4 до чвора 1? Навести све те путеве.

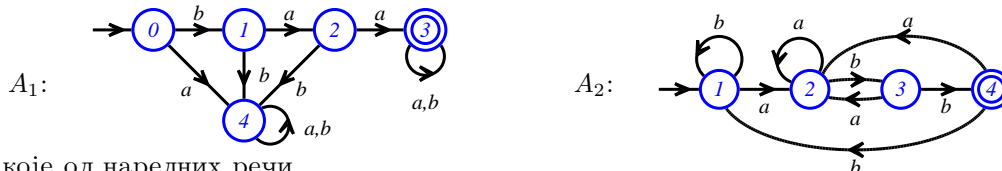
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табелици

симбол	а	б	г	д	е	ж	о	р
фреквенција	20	13	14	15	23	11	16	19

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов код.
- б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
- в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
- г) Кодирати реч „Београд“.
- д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

1001, 011101, 11101, 001100010, 000110001110?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



- а) Испитати које од наредних речи $\epsilon, a, b, abba, baba, baaa, abb, baaab, aabaabb, bbabbb$ препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .
- б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .
- в) Одредити регуларну граматику $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматику $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .
- г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2 .
- д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 или препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{N}$ тако да за све $x, y \in S$ важи

$$\rho: x \rho y \iff \begin{array}{l} \text{деф} \\ \text{разлика збира цифара броја } x \text{ и збира цифара} \\ \text{броја } y \text{ је дељива са } 7 \end{array}$$

- а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте одредити минималан и максималан елемент. Да ли је ρ релација тоталног поретка?
- б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
- в) Када је $S = \{1, 3, 7, 11, 23\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{3, 7, 23\}$.

2. (25 поена) Оријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом матрицом инциденције чворова и грана S :

$$S = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} \pm 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \pm 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- а) Написати листе суседства l_v , матрицу суседства A , као и матрицу растојања D .
- б) Нацртати дати граф и одредити излазни степен $d^+(v)$, као и улазни степенима $d^-(v)$ сваког чвора. Одредити скуп чворова V и скуп грана E . Да ли је он бипартитан?
- в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
- г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 1 до чвора 6, тј. од чвора 4 до чвора 2? Навести све те путеве.

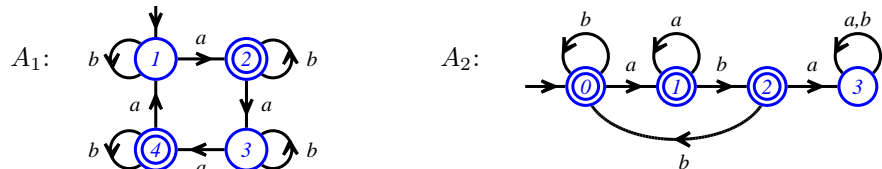
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табелици

симбол	а	б	ж	и	ј	о	р	с
фреквенција	60	8	3	50	16	14	22	7

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов код.
- б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
- в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
- г) Кодирати реч „Србија“.
- д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

0001, 0100011, 10010, 010000001, 0101011010011?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon, a, b, abba, baba, baaa, abb, baaab, aabaabb, bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматiku $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматiku $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 и аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

_____ група

_____ Презиме и име студента

_____ бр. инд.

_____ број поена на
I колоквијуму

1. а)

1.	2.	3.	4.	II кол	I + II

2. а),б) $V = \{ \quad, \quad, \quad, \quad, \quad, \quad \}$ $E = \{$

граф:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$l_1 =$	v	$d(v)$	$d^+(v)$	$d^-(v)$	$R = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \left[\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right]$
$l_2 =$	1				
$l_3 =$	2				
$l_4 =$	3				
$l_5 =$	4				
$l_6 =$	5				
	6				

Граф _____ бипартитан, јер _____
јесте/није

Граф _____ повезан, јер _____
јесте/није

Број компоненти повезаности $c(\Gamma) =$ _____ и оне су:

в) Граф _____ Ојлеров пут _____
има/нема

Граф _____ Ојлерову контуру _____
има/нема

Граф _____ Хамилтонов пут _____
има/нема

Граф _____ Хамилтонову контуру _____
има/нема

$$A^2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A^3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Путева дужине **2** од чвора _____ до чвора _____ има _____ и то су:

Путева дужине **2** од чвора _____ до чвора _____ има _____ и то су:

Путева дужине **3** од чвора _____ до чвора _____ има _____ и то су:

Путева дужине **3** од чвора _____ до чвора _____ има _____ и то су:

3. а),б)

симбол								
фреквенција								
код								
ниво листа								

Висина стабла T је $h(T) = \underline{\hspace{2cm}}$

Хафманово стабло:

T балансирано, јер
 јесте/није

T стриктно бинарно, јер
 јесте/није

T потпуно бинарно, јер
 јесте/није

в)

КЛД:

ЛКД:

ЛДК:

г) Кодирана реч:

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (и шта је прочитано):

