A II колоквијум из ДМС-а, 11.06.2013. A

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму

1. *(25 поена)* Дата је бинарна релација $\vdots$ на неком подскупу $A \subseteq \mathbb{Z}$
($x \vdots y$ се чита „x је дељиво са y“, а математичка дефиниција дељивости је $(\exists k \in \mathbb{Z})\ x = k \cdot y$).

а) Да ли је ϱ релација поретка на скупу A? Да ли је ϱ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?

б) Да ли је релација ϱ релација еквиваленције на скупу A? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?

в) Да ли је ϱ релација поретка на скупу $\mathbb{N}$? Да ли је ϱ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?

г) Наћи минималне и максималне елементе, најмањи и највећи елемент (све уколико постоје) у скуповима $A = \{3^n \mid n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}_0\} \cup \{3\}$ и $C = \mathbb{N} \setminus \{1\}$ у односу на релацију поретка је дељиво $\vdots$. Нацртати Хасеове дијаграме за A и B. Да ли ови скупови са релацијом $\vdots$ представљају решетке?

2. *(25 поена)* Оријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом матрицом растојања D и улазним степенима $d^-(v)$:

$$D = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{array}{cccccccc} d^-(v) & 1 & 2 & 1 & 1 & 4 & 2 \end{array}$$

а) Написати листе суседства l_v, матрицу суседства A, као и матрицу инциденције чворова и грана S.
б) Нацртати дати граф и одредити излазни степен $d^+(v)$ сваког чвора. Одредити скуп чворова V и скуп грана E. Да ли је он бипартитан?

в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

г) Одредити матрице A^2 и A^3. Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 2 до чвора 5, тј. од чвора 4 до чвора 3? Навести све те путеве.

3. *(25 поена)* Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој таблици

симбол	а	б	в	е	и	ј	р	с
фреквенција	8	4	6	9	7	4	6	6

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов кôд. Колико има различитих Хаф. стабала?

б) Колика је висина добијеног стабла T? Одредити ниво сваког листа у стаблу T. Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?

в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

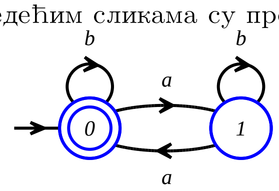
г) Кодирати реч „Србија“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

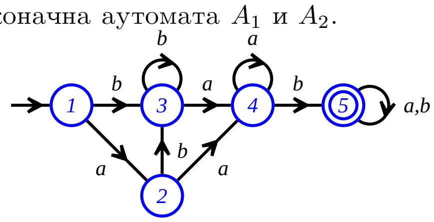
001, 10101, 011110, 1101110, 010101100?

4. *(25 поена)* На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2.

A_1:



A_2:



а) Испитати које од наредних речи

ε, a, b, $abba$, $baba$, $baaa$, abb, $baaab$, $aabaabb$, $bbabbb$

препознаје аутомат A_1, а које аутомат A_2.

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1, а које аутомат A_2.

в) Одредити регуларну граматику $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1, као и регуларну граматику $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2.

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2.

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 или препознаје аутомат A_2. Да ли је такав аутомат оптималан?

5. *(10 поена)* Одредити коначан аутомат који препознаје непразне речи које почињу са bab и завршавају се на abb.

Б II колоквијум из ДМС-а, 11.06.2013. Б

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму

1. *(25 поена)* Нека је дата релација $\supseteq$ („надскуп скупа“) на скупу S, где је скуп $S \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$ (S је неки подскуп скупа свих могућих подскупова $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ скупа природних бројева).

а) Да ли је релација $\supseteq$ релација поретка на скупу S? Да ли је $\supseteq$ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?

б) Да ли је релација $\supseteq$ релација еквиваленције на скупу $\mathcal{P}(\mathbb{N})$? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?

в) Наћи минималне и максималне елементе, најмањи и највећи елемент (све уколико постоје) у скуповима $A = \big\{\{1\},\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,2,3,4\},\{1,2,3,4,5\},\ldots,\mathbb{N}\big\}$, $B = \mathcal{P}(\mathbb{N})$ и $C = \mathcal{P}(\mathbb{N}) \setminus \emptyset$ у односу на релацију $\supseteq$. Нацртати Хасеов дијаграм за A. Да ли ови скупови са релацијом $\supseteq$ представљају решетке?

2. *(25 поена)* Неоријентисан граф без петљи $G = (V, E)$ је задат својим скупом чворова и скупом грана:

$$V = \{1, 8, 10, 29, 36, 50\}, \qquad E = \Big\{\{u, v\} \mid u, v \in V,\ u \neq v,\ (u - v) \vdots 7\Big\}.$$

($x \vdots y$ се чита „x је дељиво са y“, а математичка дефиниција дељивости је $(\exists k \in \mathbb{Z})\ x = k \cdot y$).

а) Нацртати дати граф и одредити степене $d(v)$ свих чворова.

б) Написати листе суседства ℓ_v, матрице суседства A, растојања D и инциденције чворова и грана R. Да ли је G бипартитан? Да ли је G повезан? Колико има компоненти повезаности и које су?

в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

г) Одредити матрице A^2 и A^3. Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 8 до чвора 36, тј. од чвора 29 до чвора 10? Навести све те путеве.

3. *(25 поена)* Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој таблици

симбол	а	б	г	д	е	о	р
фреквенција	15	4	2	3	18	6	7

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$), као и одговарајући Хафманов кôд. Колико има различитих Хафм. стабала?

б) Колика је висина добијеног стабла T? Одредити ниво сваког листа у стаблу T. Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?

в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

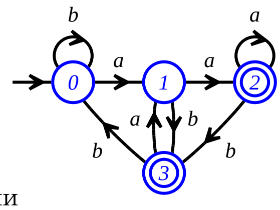
г) Кодирати реч „Београд“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

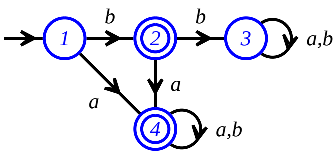
001, 10101, 011110, 000100010, 0011000000?

4. *(25 поена)* На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2.

A_1:



A_2:



а) Испитати које од наредних речи

$$\varepsilon, \quad a, \quad b, \quad abba, \quad baba, \quad baaa, \quad abb, \quad baaab, \quad aabaabb, \quad bbabbb$$

препознаје аутомат A_1, а које аутомат A_2.

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1, а које аутомат A_2.

в) Одредити регуларну граматику $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1, као и регуларну граматику $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2.

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_1.

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 и аутомат A_2. Да ли је такав аутомат оптималан?

5. *(10 поена)* Одредити коначан аутомат који препознаје непразне речи које почињу са baa и садрже aba.