

презиме и име студента

број индекса

број поена на I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на скупу $\subseteq \mathbb{Z}$ тако да за све $x, y \in \mathbb{Z}$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x^2 \text{ и } y^2 \text{ се завршавају истом цифром.}$$

- а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{Z} ? Да ли је ρ релација тоталног поретка?
- б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{Z} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
- в) Када је $S = \{1, 4, 7, 10, 15, 28\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте релација поретка нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{4, 7, 15\}$.

2. (25 поена) Оријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом матрицом инциденције чворова и грана S :

$$S = \begin{matrix} 1 & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

- а) Написати листе суседства l_v , матрицу суседства A , матрицу растојања D . Нацртати дати граф и одредити улазни степен $d^-(v)$ и излазни степен $d^+(v)$ сваког чвора. Одредити скуп чворова V и скуп грана E . Да ли је он бипартитан?
- б) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
- в) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 5 до чвора 2, тј. од чвора 4 до чвора 5? Навести све те путеве.

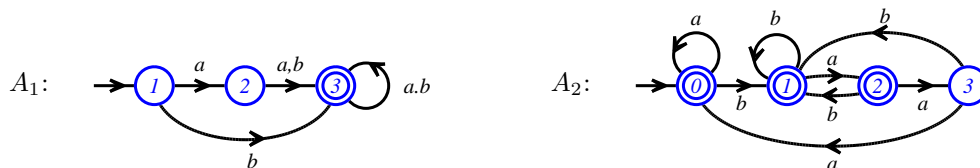
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	б	г	д	е	о	р
фреквенција	24	1	1	2	22	4	10

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$), као и одговарајући Хафманов код. Колико има различитих Хафм. стабала?
- б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
- в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
- г) Кодирати реч „Београд“.
- д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

001, 10101, 011110, 0001000, 0011000000?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



- а) Испитати које од наредних речи $\epsilon, a, b, abba, baba, aaab, abb, baaab, aabaabb, bbabbb$ препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .
- б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .
- в) Одредити регуларну граматику $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматику $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .
- г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2 .
- д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 или препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?
- 5. (10 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје непразне речи које почињу са $baba$ и имају непаран број слова a .

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на скупу свих могућих речи \mathcal{R} (реч је коначан низ абеледних слова; \mathcal{R} садржи и празну реч ε) тако да за све $x, y \in \mathcal{R}$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x = y \text{ или је реч } x \text{ дужа од речи } y.$$

- а) Да ли је ρ релација поретка на скупу \mathcal{R} ? Да ли је ρ релација тоталног поретка? Да ли је решетка?
 б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathcal{R} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
 в) Када је $S = \{aca, baba, cev, graf, \varepsilon\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Нацртати Хасеов дијаграм. Ако јесте уређење одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{aca, baba, cev\}$.

2. (25 поена) Неоријентисан граф без петљи $G = (V, E)$

је задат својом матрицом растојања:

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & \infty & 1 & 2 & 2 & 1 \\ \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & \infty & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & \infty & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & \infty & 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

а) Одредити скуп чворова V и скуп грана E .

Нацртати дати граф и одредити степене $d(v)$ свих чворова.

б) Написати листе суседства ℓ_v , матрице суседства A и инциденције чворова и грана R . Да ли је G бипартитан?

Да ли је G повезан? Колико има компоненти повезаности и које су?

в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

д) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 3 до чвора 5, тј. од чвора 1 до чвора 1? Навести све те путеве.

3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табели

симбол	а	б	в	е	и	ј	р	с
фреквенција	1	3	12	4	5	8	9	17

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов код. Колико има различитих Хаф. стабала?

б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?

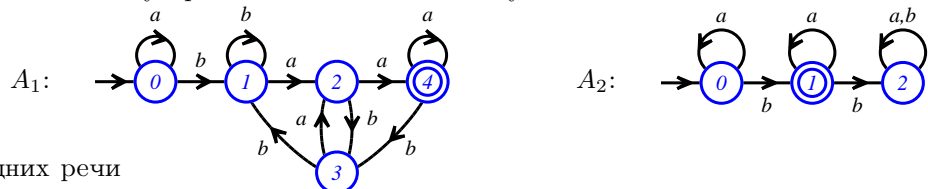
в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

г) Кодирати реч „Србија“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

001, 10101, 011110, 1101110, 010101100?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon, a, b, abba, baba, aaab, abb, baaab, aabaabb, bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматiku $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматiku $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 и аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

5. (10 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје непразне речи које се завршавају са aab и имају мање од 5 слова a .